MATEMÁTICA

EQUAÇÕES DE 1° E 2° GRAUS

EQUAÇÃO DO 1º GRAU

As equações do primeiro grau são aquelas que podem ser representadas sob a forma ax+b=0,em que a e b são constantes reais, com a diferente de 0, e x é a variável. A resolução desse tipo de equação é fundamentada nas propriedades da igualdade descritas a seguir.

Adicionando um mesmo número a ambos os membros de uma equação, ou subtraindo um mesmo número de ambos os membros, a igualdade se mantém.

Dividindo ou multiplicando ambos os membros de uma equação por um mesmo número não-nulo, a igualdade se mantém.

Exemplo:

Princípio aditivo

$$5+7=12 \rightarrow (5+7)+3=12+3$$
$$5+7=12 \rightarrow (5+7)-3=12-3$$

Princípio multiplicativo

$$4+6=10 \rightarrow (4+6).2=10.2$$
$$4+6=10 \rightarrow (4+6)\div 2=10\div 2$$

Vejamos alguns exemplos:

Seja a equação:

$$\begin{aligned} x-3&=9 \\ x-3+3&=9+3 \\ x&=12 \end{aligned}$$

Seja a equação:

$$5x = 10 + 4x$$
$$5x - 4x = 10 + 4x - 4x$$
$$x = 10$$

Seja a equação:

$$3x = 15$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$$
$$x = 5$$

Membros de uma equação

Numa equação a expressão situada à esquerda da igualdade é chamada de 1º membro da equação, e a expressão situada à direita da igualdade, de 2º membro da equação.

Exemplo: - 3x + 12 = 2x - 9

1º membro 2º membro

Cada uma das parcelas que compõem um membro de uma equação é chamada termo da equação.

4x – 9 = 1 – 2x

termos

Variável (ou incógnita) de uma equação:

Os elementos desconhecidos de uma equação são chamados de variáveis ou incógnitas.

Exemplos:

A equação x + 5 = 18 tem uma incógnita: x

A equação $x - 3 = y + 2$ tem duas incógnitas: x e y

A equação $a^2 - 3b + c = 0$ tem três incógnitas: a, b e c

Cada um dos valores que, colocados no lugar da incógnita, transformam a equação em uma sentença verdadeira é chamado de raiz da equação. Para verificarmos se um dado número é ou não raiz de uma equação, basta substituirmos a incógnita por esse número e observarmos se a sentença obtida é ou não verdadeira.

1º exemplo: verificar se três é raiz de $5x - 3 = 2x + 6$

$$
\begin{aligned}
&5x - 3 = 2x + 6\\
&5 \times 3 - 3 = 2 \times 3 + 6\\
&15 - 3 = 6 + 6\\
&12 = 12 \rightarrow \textit{verdadeira}\\
&\textit{então } 3 \textit{ é raiz de } 5x - 3 = 2x + 6
\end{aligned}
$$

2º exemplo: verificar se -2 é raiz de $x^2 - 3x = x - 6$

$$
\begin{aligned}
&x^2 - 3x = x - 6\\
&(-2)^2 - 3.(-2) = -2 - 6\\
&4 + 6 = -2 - 6\\
&10 = -8\\
&\textit{então}, -2 \textit{ não é raiz de } x^2 - 3x = x - 6
\end{aligned}
$$

O princípio aditivo e o princípio multiplicativo servem para facilitar o entendimento da solução de uma equação, mas para resolvê-la existe um método simples e prático que é o seguinte:

Resolver a equação $5x - 8 = 12 + x$

Colocamos no primeiro membro os termos que apresentam variável, e no segundo membro os termos que não apresentam variável. Os termos que mudam de membro tem os sinais trocados.

$5x - 8 = 12 + x$

$5x - x = 12 + 8$

Calculamos a somas algebricas de cada termo.

$4.x = 20$

Quando se passa de um membro para o outro usa-se a operação inversa, ou seja, o que está multiplicando passa dividindo e o que está dividindo passa multiplicando. O que está adicinando passa subtraindo e o que está subtraindo passa adicionando. O número 4 no primeiro membro está multiplicando o x então ele passará dividindo no segundo membro.

$$x=\frac{20}{4}=5$$

Exercícios resolvidos:

1) Resolver a equação:

2(x + 5) - 3(5 – x) = 5

Nesse tipo de equação, devemos inicialmente, retirar os parênteses, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação e a regra de eliminação de parênteses.

$$\begin{aligned} 2x+10-15+3x&=5 \\ 2x+3x&=5-10+15 \\ 5x&=10 \\ x&=\frac{10}{5} \\ x&=2 \end{aligned}$$

2. **Resolver a equação:**

Para eliminar os denominadores multiplicamos todos os termos da equação pelo m.m.c. dos denominadores

$$\begin{gathered} \frac{3x+1}{5}-\frac{2x+3}{3}=x-4 \\ m.m.c.(5,3)=15 \\ \frac{15(3x+1)}{5}-\frac{15(2x+3)}{3}=15(x-4) \\ 3(3x+1)-5(2x+3)=15x-60 \\ 9x+3-10x-15=15x-60 \\ 9x-10x-15x=-60+15-3 \\ (-1).-16x=-48.(-1) \\ 16x=48 \\ x=\frac{48}{16} \\ x=3 \end{gathered}$$

3) Resolução da equação:

$$\frac{2(x+3)}{3}+\frac{5(2x-1)}{2}=5x-\frac{1}{6}$$

Nessa equação, inicialmente reduzimos todas as frações ao mesmo denominador, e a seguir cancelamos esses denominadores

m.m.c (3, 2, 6) = 6

3, 2, 6 2

3, 1, 3 3

1, 1, 1 2 . 3 = 6

$$\frac{4(x+3)}{6}+\frac{15(2x-1)}{6}=\frac{30x-1}{6}$$
$$4x+12+30x-15=30x-1$$
$$4x+30x-30x=-1-12+15$$
$$4x=2$$
$$x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

4) Resolver a equação:

$$\frac{3(x-2)}{4}+\frac{4(2-x)}{3}=x-\frac{x+\frac{1}{2}}{3}$$

m.m.c (2, 3, 4) = 12

Efetuando as multiplicações:

$$\frac{3x-6}{4}+\frac{8-4x}{3}=x-\frac{x+\frac{1}{2}}{3}$$

Multiplicando os dois membros da equação pelo m.m.c dos denominadores, que é 12, vem:

$$\frac{12(3x-6)}{4}+\frac{12(8-4x)}{3}=12x-\frac{12(x+\frac{1}{2})}{3}$$

$$3(3x-6)+4(8-4x)=12x-4(x+\frac{1}{2})$$

$$9x-18+32-16x=12x-4x-2$$
$$9x-16x-12x+4x=-2+18-32$$
$$-15x=-16$$
$$15x=16$$
$$x=\frac{16}{15}$$

Resolvendo a mesma equação pelo método da eliminação dos denominadores:

$$\frac{9(x-2)}{12}+\frac{16(2-x)}{12}=\frac{12x}{12}-\frac{4(x+\frac{1}{2})}{12}$$

$$9x-18+32-16x=12x-4x-2$$
$$9x-16x-12x+4x=-2+18-32$$
$$-15x=-16$$
$$15x=16$$
$$x=\frac{16}{15}$$

5) Resolver a equação:

$$\frac{1}{3}(x+2)-\frac{1}{5}(x-3)=4$$

$$\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}-\frac{1}{5}x+\frac{3}{5}=4$$
$$\frac{5x}{15}+\frac{10}{15}-\frac{3x}{15}+\frac{9}{15}=\frac{60}{15}$$
$$5x+10-3x+9=60$$
$$5x-3x=60-10-9$$
$$2x=41$$
$$x=\frac{41}{2}$$

6) Resolver a equação:

$$\frac{\frac{1}{4}+\frac{2x}{3}}{1+\frac{9}{2}}=\frac{\frac{1}{5}-\frac{3x}{2}}{\frac{4}{7}+\frac{2}{3}}$$

m.m.c (2, 3, 4, 5, 7) = 420

$$\frac{\frac{105+280x}{420}}{\frac{420+1890}{420}}=\frac{\frac{84-630x}{420}}{\frac{240+280}{420}}$$

$$\frac{105+280x}{420+1890}=\frac{84-630x}{240+280}$$

$$\frac{105+280x}{2310}=\frac{84-630x}{520}$$

$$520(105+280x)=2310(84-630x)$$
$$54600+145600x=194040-1455300x$$
$$145600x+1455300x=194040-54600$$
$$1600900x=139440$$
$$x=\frac{139440}{1600900}$$
$$x=\frac{996}{11435}$$

7) Quando o número x na equação (k – 3).x + (2k – 5).4 + 4k = 0 vale 3, qual será o valor de K?

(k – 3).3 + (2k – 5).4 + 4k = 0

3k – 9 + 8k – 20 + 4k = 0

3k + 8k + 4k = 9 + 20

15k = 29

$$K=\frac{29}{15}$$

8) De o conjunto solução das equações literais do primeiro grau (em R)

a) ax + bx + c = 2a + 2b + c

ax + bx = 2a + 2b + c – c

x(a + b) = 2a + 2b

$$x = \frac{2a + 2b}{a + b}$$
$$x = \frac{2(a + b)}{a + b} = 2$$

se a ≠ -b e b ≠ -a

b) (a + x)² = (a + 3 + x)(a – 2 + x)

a² + 2ax + x² = a² – 2a + ax + 3a – 6 + 3x + ax – 2x + x²

2ax + x² – ax – 3x – ax + 2x – x² = - a² + a² – 2a + 3a – 6

x(2a – a – 3 – a + 2) = a – 6

x(-1) = a – 6

$$X = \frac{a - 6}{-1} = -a + 6$$

Equação sem solução

Às vezes, uma equação não tem solução para um certo universo de números. Nesse caso, dizemos que ela é impossível ou que a solução é vazia.

Exemplo: resolver a equação.

$$\frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} = \frac{5x}{6}$$
$$m.m.c.(2,3,6) = 6$$
$$\frac{3x}{6} + \frac{2(x-1)}{6} = \frac{5x}{6}$$
$$3x + 2x - 2 = 5x$$
$$3x + 2x - 5x = 2$$
$$0x = 2 (\textit{sentença falsa})$$

Não existe nenhum número que multiplicado por 0 que resulte em 2.

Equação com infinitas soluções

Há casos em que todos os números do universo considerado são raízes da equação. Dizemos que ela tem infinitas soluções.

Exemplo: resolver a equação

$$\frac{x-1}{3}=\frac{2x-2}{6}$$
$$m.m.c.(3,6)=6$$
$$\frac{2(x-1)}{6}=\frac{2x-2}{6}$$
$$2x-2=2x-2$$
$$2x-2x=-2+2$$
$$0x=0\ (\textit{sentença verdadeira})$$

FÓRMULA DE BHÁSKARA:

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Utilizando a fórmula de Bháskara, vamos resolver alguns exercícios:

1) $3x^2-7x+2=0$ **a**=3, **b**=-7 e **c**=2

$$\Delta=b^2-4ac=49-4.3.2=49-24=25$$

Substituindo na fórmula:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{7\pm\sqrt{25}}{2.3}=\frac{7\pm5}{6}$$

$$x=\frac{7+5}{6}=2 \quad \text{e} \quad x=\frac{7-5}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

Logo, o conjunto verdade ou solução da equação é: V={1/3 , 2}

2) $-x^2+4x-4=0$

a=-1, **b**=4 e **c**=-4

$\Delta=b^2-4ac$ = 4²-4.-1.-4 = 16-16 = 0 Substituindo na fórmula de Bháskara:

$x=\frac{-4\pm0}{-2}$ » x=2 $V=\{2\}$

Neste caso, tivemos uma equação do 2º grau com duas raízes reais e iguais. Δ =0

3) 5x²-6x+5=0 **a**=5 **b**=-6 **c**=5 $\Delta = b^2 - 4ac =$ (-6)²-4.5.5 = 36-100 = -64

Note que $\Delta < 0$ e não existe raiz quadrada de um número negativo. Assim, a equação não possui nenhuma raiz real. Logo: $V = \theta$ » vazio

Propriedades:

$\Delta > 0$	**Duas raízes reais e diferentes**
$\Delta = 0$	**Duas raízes reais e iguais**
$\Delta < 0$	**Nenhuma raiz real**

Relações entre coeficientes e raízes:

$Soma = -\frac{b}{a}$	$Produto = \frac{c}{a}$

Obtendo a **Soma e Produto de uma equação do 2º grau**:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Exemplos:

1) Determine a soma e o produto das seguintes equações:

a) x² - 4x + 3=0

Solução: Sendo a=1, b=-4 e c=3: $S = -\frac{b}{a} = 4 \quad P = \frac{c}{a} = 3$

b) 2x² - 6x -8 =0

Sendo a=2, b=-6 e c=-8 $S = -\frac{b}{a} = 3 \quad P = \frac{c}{a} = -4$

c) 4-x² = 0

Sendo a=-1, b=0 e c=4: $S = -\frac{b}{a} = 0 \quad P = \frac{c}{a} = -4$

Equação do 2º grau

Toda equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais com $a \neq 0$, é chamada de equação do 2° grau. Quando $b = 0$ ou $c = 0$, tem-se uma equação do 2° grau incompleta.
A resolução de equações incompletas do 2° grau:
Equações do tipo $ax^2 + bx = 0$

1) Resolver em R a equação $x^2 - 4x = 0$

Colocando o fator x em evidência, obtemos:
$x(x - 4) = 0$
Quando o produto de dois números reais é igual à zero, então pelo menos um dos fatores é igual a zero.
Portanto: $x = 0$ ou $x - 4 = 0$
$x = 4$
Logo as raízes são 0 e 4.
Verificação:
Para $x = 0$, temos: $0^2 - 4.0 = 0 - 0 = 0$ (V)
Para $x = 4$, temos: $4^2 - 4.4 = 16 - 16 = 0$ (V)
Portanto a solução está correta.

2) Resolver em R a equação:

$(2x + 5)^2 + 3x = 25$
$4x^2 + 20x + 25 + 3x = 25$
$4x^2 + 23x = 0$
$x(4x + 23) = 0$
$x = 0$ ou $4x + 23 = 0$
$4x = -23$
$x = -23/4$

3) Resolver em R a equação:
$4/2x - 3x = 2 + 2/x$, sendo $x \neq 0$

$$\frac{4 - (2x)(3x)}{2x} = \frac{2(2x) + 2.2}{2x}$$
$$\frac{4 - 6x^2}{2x} = \frac{4x + 4}{2x}$$

Multiplicando os dois membros da equação por 2x, para eliminar os denominadores vem:

$$\frac{2x(4 - 6x^2)}{2x} = \frac{2x(4x + 4)}{2x}$$
$$4 - 6x^2 = 4x + 4$$
$$4 - 6x^2 - 4x - 4 = 0$$
$$(-1).(-6x^2 - 4x) = 0.(-1)$$
$$6x^2 + 4x = 0$$
$$2x(3x + 2) = 0$$
$$2x = 0$$
$$ou$$
$$3x + 2 = 0$$
$$2x = 0$$
$$x = \frac{0}{2}$$
$$x = 0$$
$$3x + 2 = 0$$
$$3x = -2$$
$$x = -\frac{2}{3}$$

A partir do enunciado o número zero foi excluído da solução dessa equação ($x \neq 0$), então: x = -2/3 é solução única.

4) Resolver em R a equação:

$$(x - 2)(x + \frac{1}{2}) = -1$$
$$x^2 + \frac{x}{2} - 2x - \frac{2}{2} = -1$$
$$x^2 + \frac{x}{2} - 2x - 1 = -1$$
$$2x^2 + x - 4x - 2 = -2$$
$$2x^2 - 3x = 0$$
$$x(2x - 3) = 0$$
$$x = 0$$
$$ou$$
$$2x - 3 = 0$$
$$2x = 3$$
$$x = \frac{3}{2}$$

Equações do tipo $ax^2 + c = 0$

5) Resolver em R a equação $2x^2 - 18 = 0$

Adicionamos 18 aos dois membros da equação:
$2x^2 - 18 + 18 = 0 + 18$
$2x^2 = 18$
Dividimos os dois membros da equação por 2

$$\frac{2x^2}{2} = \frac{18}{2}$$
$$x^2 = 9$$
$$x = \pm\sqrt{9}$$
$$x = \pm 3$$

Então +3 e -3 são as raízes da equação.

6) Resolver em R a equação:
$2x^2 + 4 = 0$

$$2x^2 = -4$$
$$x^2 = -\frac{4}{2}$$
$$x^2 = -2$$
$$x = \pm\sqrt{-2}$$

$\sqrt{-2}$ não é um número real. Logo a equação apresentada não tem solução real.

Equações do tipo $ax^2 = 0$

A equação do tipo $ax^2 = 0$ admite uma única solução: $x = 0$

7) Resolver em R a equação $2x^2 = 0$

$$x^2 = \frac{0}{2}$$
$$x^2 = 0$$
$$x = \sqrt{0}$$
$$x = 0$$

Exercícios:

Resolva as equações em R:

$$2x^2 - \frac{3}{4} = x^2 + \frac{1}{4}$$
$$8x^2 - 3 = 4x^2 + 1$$
$$8x^2 - 4x^2 - 3 - 1 = 0$$
$$4x^2 - 4 = 0$$
$$4x^2 = 4$$
$$x^2 = \frac{4}{4}$$
$$x^2 = 1$$
$$x = \pm\sqrt{1}$$
$$x = \pm 1$$

$$\frac{2(x^2 - 1)}{3} = \frac{1}{2} + \frac{6 + x^2}{2}$$
$$mmc(3,2) = 6$$
$$\frac{4(x^2 - 1)}{6} = \frac{3 + 3(6 + x^2)}{6}$$
$$4x^2 - 4 = 3 + 18 + 3x^2$$
$$4x^2 - 3x^2 - 4 - 3 - 18 = 0$$
$$x^2 - 25 = 0$$
$$x^2 = 25$$
$$x = \pm\sqrt{25}$$
$$x = \pm 5$$

$$\frac{1}{x - 3} - \frac{1}{x + 3} = 1 \text{ , sendo } x \neq 3 \text{ e } x \neq -3$$

$$\frac{x + 3 - (x - 3)}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(x + 3)}$$
$$x + 3 - x + 3 = x^2 + 3x - 3x - 9$$
$$x^2 - 9 - 6 = 0$$
$$x^2 - 15 = 0$$
$$x^2 = 15$$
$$x = \pm\sqrt{15}$$

A resolução de equações completas do 2º grau
Equações do tipo: $ax^2 + bx + c = 0$

Qualquer equação do 2º grau pode ser resolvida através da fórmula de Bháskara , o método usado anteriormente serve para facilitar a resolução de equações incompletas em b e em c, principalmente as incompletas em b que são muito mais fáceis de serem

resolvidas daquela forma, pois o uso da fórmula de Bháskara naquele caso tornaria a solução mais complicada.
Demonstração da fórmula de Bháskara:

Dada a equação $ax^2 + bx + c = 0$, multiplique os dois membros da equação por 4a:
$(4a)(ax^2 + bx + c) = (4a) . 0$
$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$
$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$
Adicione b^2 aos dois membros da equação:
$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$
Observe que o primeiro membro dessa igualdade é um trinômio quadrado perfeito igual a $(2ax + b)^2$
$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$
Extraia a raiz quadrada dos dois membros da igualdade:

$$\sqrt{(2ax+b)^2} = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$
$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$
$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Resolver em R a equação $2x^2 - 10x + 12 = 0$:
Temos a = 2 , b = -10 e c = 12, então:

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4.2.12}}{2.2}$$
$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{4}$$
$$x = \frac{10 \pm \sqrt{4}}{4}$$
$$x = \frac{10 \pm 2}{4}$$
$$x_1 = \frac{10 + 2}{4} = \frac{12}{4} = 3$$
$$x_2 = \frac{10 - 2}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

É usual fazermos $\Delta = b^2 - 4ac$ que denominamos de discriminante da equação, portanto:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$
e
$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta > 0$ (*duas raízes reais e distintas*)

$\Delta = 0$ (*duas raízes reais e iguais*)

$\Delta < 0$ (*não tem raízes reais*)

Relações entre os coeficientes e as raízes

Relação de soma
Sendo x_1 e x_2 as raízes da equação do 2º grau, desejamos obter a relação de soma em função dos coeficientes (a , b , c)

$$S = x_1 + x_2$$
$$S = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$S = -\frac{2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

Relação de produto:

$$P = x_1 \cdot x_2$$
$$P = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$P = \frac{b^2 + b\sqrt{\Delta} - b\sqrt{\Delta} - \Delta}{4a^2}$$
$$P = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Fatoração do trinômio do 2º grau
Sendo r_1 e r_2 as raízes do trinômio do segundo grau $ax^2 + bx + c$, temos que:

$ax^2 + bx + c = a(x-r_1)(x-r_2)$

Fatorar o trinômio do 2º grau

$5x^2 - 3x - 2$

Inicialmente determinamos as raízes do trinômio. As raízes são os números que atribuídos a variável x anulam o trinômio, isto é, $5x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4.5.(-2)}}{10}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{10}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{10}$$

$$x = \frac{3 \pm 7}{10}$$

$$x_1 = \frac{3 + 7}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$x_2 = \frac{3 - 7}{10} = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

$$5(x - 1)\left(x + \frac{2}{5}\right)$$

Resolver em R a equação:

$$\frac{x-2}{3x-1}=\frac{2x-1}{x-3}$$

condições
de
existência

$3x-1\neq 0$

$3x\neq 1$

$x\neq\frac{1}{3}$

$x-3\neq 0$

$x\neq 3$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{(3x-1)(x-3)}=\frac{(2x-1)(3x-1)}{(3x-1)(x-3)}$$

$x^2-3x-2x+6=6x^2-2x-3x+1$

$x^2-3x-2x+6-6x^2+2x+3x-1=0$

$-5x^2+5=0$

$5x^2-5=0$

$5x^2=5$

$x^2=\frac{5}{5}=1$

$x=\pm\sqrt{1}$

$x=\pm 1$

$S=\{-1,+1\}$

Obtenha as equações do 2º grau conhecendo as raízes:

a) 2 e 3

$(x-2)(x-3)=x^2-3x-2x+6=x^2-5x+6$
$x^2-5x+6=0$

b)-1 e -2

$(x+1)(x+2)=x^2+2x+x+2=x^2+3x+2$
$x^2+3x+2=0$

$c)\ \frac{1}{2}\ e\ \frac{1}{3}$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) =$$
$$= x^2 - \frac{x}{3} - \frac{x}{2} + \frac{1}{6} =$$
$$= 6x^2 - 2x - 3x + 1 = 6x^2 - 5x + 1$$
$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$d) 2 - \sqrt{3}\ \ e\ \ 2 + \sqrt{3}$

$$(x - 2 + \sqrt{3})(x - 2 - \sqrt{3}) = 0$$
$$x^2 - 2x - \sqrt{3}x - 2x + 4 + 2\sqrt{3} + \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} - 3 = 0$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

Resolver em R a equação:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3x^2} = \frac{4}{9x}$$

Condição de existência: $x \neq 0$
O mmc dentre os denominadores 3^2 , $3x^2$ e 3^2x é o produto de todos os seus fatores, sendo que dentre fatores repetidos é escolhido o de maior expoente,isto é:
mmc(3^2,$3x^2$,3^2x) = 3^2x^2 = $9x^2$
Multiplicando ambos os membros da equação por esse mmc,temos:

$$9x^2x\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3x^2}\right) = 9x^2x\ \frac{4}{9x}$$
$$\frac{9x^2}{9} + \frac{9x^2}{3x^2} = \frac{36x^2}{9x}$$
$$x^2 + 3 = 4x$$
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$
$$\Delta = (-4)^2 - 4.1.3 = 4$$
$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2.1}$$
$$x = \frac{4 \pm 2}{2}$$
$$x_1 = \frac{4 + 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$
$$x_2 = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Resolver em R a equação:

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{4x - 4} = \frac{3}{x^2 - 1}$$

condição de existência :

$4x - 4 \neq 0$

$4x \neq 4$

$x \neq \frac{4}{4}$

$x \neq 1$

$x^2 - 1 \neq 0$

$x^2 \neq 1$

$x \neq \pm\sqrt{1}$

$x \neq \pm 1$

Para o calculo do mmc dentre os denominadores, fatoramos cada um deles, obtendo: 2, $2^2(x-1)$ e $(x+1)(x-1)$. O mmc é o produto de todos os fatores desses polinômios, sendo que dentre fatores repetidos é escolhido o de maior expoente, isto é:
mmc$[2, 2^2(x-1), (x+1)(x-1)] = 2^2(x+1)(x-1)$

$$\frac{6(x+1)(x-1) - 2(x+1)}{4(x+1)(x-1)} = \frac{12}{4(x+1)(x-1)}$$

$6(x^2 - 1) - 2(x + 1) = 12$

$6x^2 - 6 - 2x - 2 = 12$

$6x^2 - 2x - 8 - 12 = 0$

$6x^2 - 2x - 20 = 0$

$3x^2 - x - 10 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4.3.(-10) = 121$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{121}}{2.3}$$

$$x = \frac{1 \pm 11}{6}$$

$$x_1 = \frac{1 + 11}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{1 - 11}{6} = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$$

$$S = \left\{2, -\frac{5}{3}\right\}$$