MATEMÁTICA

POLINÔMIOS
PROPRIEDADES
E
RELAÇÕES DE GIRARD

Propriedades importantes:

P1 - Toda equação algébrica de grau n possui exatamente n raízes .
Exemplo: a equação $x^3 - x = 0$ possui 3 raízes a saber: x = 0 ou x = 1 ou x = -1. Dizemos então que o conjunto verdade ou conjunto solução da equação dada é S = {0, 1, -1}.

P2 - Se b for raiz de P(x) = 0, então P(x) é divisível por x - b.
Esta propriedade é muito importante para abaixar o grau de uma equação, o que se consegue dividindo P(x) por x - b, aplicando Briot-Ruffini.
Briot - matemático inglês - 1817/1882 e Ruffini - matemático italiano - 1765/1822.

P3 - Se o número complexo a + bi for raiz de P(x) = 0, então o conjugado a - bi também será raiz.

Exemplo: qual o grau mínimo da equação P(x) = 0, sabendo-se que três de suas raízes são os números **5**, **3 + 2i** e **4 - 3i**.

Ora, pela propriedade P3, os complexos conjugados 3 - 2i e 4 + 3i são também raízes. Logo, por P1, concluímos que o grau mínimo de P(x) é igual a 5, ou seja, P(x) possui no mínimo 5 raízes.

P4 - Se a equação P(x) = 0 possuir k raízes iguais a m então dizemos que m é uma raiz de grau de multiplicidade k.

Exemplo: a equação $(x - 4)^{10} = 0$ possui 10 raízes iguais a 4 . Portanto 4 é raiz décupla ou de multiplicidade 10 .

Outro exemplo: a equação $x^3 = 0$, possui três raízes iguais a 0 ou seja três raízes nulas com ordem de multiplicidade 3 (raízes triplas).
A equação do segundo grau $x^2 - 8x + 16 = 0$, possui duas raízes reais iguais a 4, (x' = x'' = 4).
Dizemos então que 4 é uma raiz dupla ou de ordem de multiplicidade dois.

P5 - Se a soma dos coeficientes de uma equação algébrica P(x) = 0 for nula, então a unidade é raiz da equação (1 é raiz).

Exemplo: 1 é raiz de $40x^5 - 10x^3 + 10x - 40 = 0$, pois a soma dos coeficientes é igual a zero .

P6 - Toda equação de termo independente nulo, admite um número de raízes nulas igual ao menor expoente da variável.

Exemplo: a equação $3x^5 + 4x^2 = 0$ possui duas raízes nulas.
A equação $x^{100} + x^{12} = 0$, possui 100 raízes, das quais 12 são nulas!

P7 - Se x_1 , x_2 , x_3 , ... , x_n são raízes da equação $a_o x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + ... + a_n = 0$, então ela pode ser escrita na forma fatorada :
$a_o (x - x_1) . (x - x_2) . (x - x_3) . ... . (x - x_n) = 0$

Exemplo: Se - 1, 2 e 53 são as raízes de uma equação do 3º grau, então podemos escrever $(x+1). (x-2). (x-53) = 0$ que desenvolvida fica: $x^3 - 54x^2 + 51x + 106 = 0$. (verifique!).

Relações de Girard - Albert Girard (1590-1633).

Para uma equação do **2º grau,** da forma **$ax^2 + bx + c = 0$,** já conhecemos as seguintes relações entre os coeficientes e as raízes x_1 e x_2:
$x_1 + x_2 = - b/a$ e **$x_1 . x_2 = c/a$.**

Para uma equação do **3º grau**, da forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, sendo x_1, x_2 e x_3 as raízes, temos as seguintes relações de Girard:

$x_1 + x_2 + x_3 = - b/a$
$x_1.x_2 + x_1.x_3 + x_2.x_3 = c/a$
$x_1.x_2.x_3 = - d/a$

1. (AMAN-RJ)- A soma das raízes da equação $x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x = 0$ é igual a:

   a. 0
   b. 1
   c. -4
   d. 4
   e. nda

2. (UFPR)- A média aritmética das raízes da equação $x^3 - x^2 - 6x = 0$ é:

   a. 1
   b. 1/3
   c. 8/3
   d. 7/3
   e. 5/3

3. (CESGRANRIO-RJ)- A soma das raízes de $x^4 + 1 = 0$ é:

a. 1
b. -1
c. 0
d. i
e. -i

4. (UFSE)- A soma e o produto das raízes da equação $x^3 + x^2 - 8x - 4 = 0$ são, respectivamente:

a. - 8 e - 4
b. - 8 e 4
c. - 4 e 1
d. - 1 e 4
e. 4 e 8

5. (FGV-SP)- A soma e o produto das raízes da equação $x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 4x - 6 = 0$ formam qual seguinte par de valores ?

a. -5; 6
b. 5; - 6
c. 3; 4
d. 1; 6
e. 4; 3

6. (PUC-PR)- Se a, b e c são raízes da equação $x^3 - 4x^2 - 31x + 70 = 0$, podemos afirmar que $\log_2(a + b + c)$ é igual a:

a. 4
b. 0
c. 1
d. 2
e. nda

7. (UNESP-SP)- Consideremos a equação $x^2 + ax + b = 0$. Sabendo-se que 4 e -5 são as raízes dessa equação, então:

a. a = 1, b = 7
b. a = 1, b= -20
c. a = 3, b = -20
d. a = -20, b = -20
e. a = b = 1

8. (PUC-SP)- Os números complexos 1 e 2 + i são raízes do polinômio $x^3 + ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais. O valor de c é:

a. - 5
b. - 3
c. 3
d. 5
e. 9

9. (UFMT)- Sejam -2 e 3 duas das raízes da equação $2x^3 - x^2 + kx + t = 0$, onde k, t Î IR

A terceira raiz é:

a. -1
b. -1/2
c. 1/2
d. 1
e. nda

10. (UECE)- Se p e q são as raízes da equação $2x^2 - 6x + 7 = 0$, então (p + 3)(q + 3) é igual a:

a. 41/2
b. 43/2
c. 45/2
d. 47/2

11.(UFMG)- As raízes da equação $2x^2 - 2bx + 3 = 0$ são positivas e uma é o triplo da outra. Então o valor de b é:

a. $-2\sqrt{2}$
b. -2
c. 2
d. $2\sqrt{2}$
e. 4

12. (MACK-SP)- uma das raízes da equação $x^2 + ax + 2b = 0$, a e b reais, é $1 - \sqrt{2}\,i$. Os valores de a e b são, respectivamente:

a. -2 e 3/2
b. -2 e -3/2
c. 2 e -3/2
d. 2 e 2/3
e. 2 e 3/2

13. (FGV-SP)- Se a soma das raízes da equação $kx^2 + 3x - 4 = 0$ é 10, podemos afirmar que o produto das raízes é:

a. 40/3
b. -40/3
c. 80/3
d. -80/3
e. -3/10

14. (UFP-RS)- A soma dos inversos das raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ é igual a:

a. -3/4
b. -1/2
c. 3/4
d. 4/3
e. 2

15. (MACK-SP)- Uma raiz da equação $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ é igual à soma das outras duas. As raízes dessa equação são:

a. 2, -2, 1
b. 2, -1, 3
c. 3, -2, 1
d. 1, -1, -2
e. Nda

GABARITO

01	02	03	04	05	06	07	08	09
B	B	C	D	B	D	B	A	B

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	D	A	A	C	B	A	B	D	A