

# MATEMÁTICA

## MATRIZES E DETERMINANTES

## MATRIZES

**DEFINIÇÃO** : são tabelas de n°s reais utilizados em quase todos os ramos da ciência e da engenharia.  
 - Várias operações executadas por cérebros eletrônicos são computações por matrizes.  
 - São utilizadas na estatística , economia , física etc.

1) **Matriz Identidade ou Matriz Unidade** : é uma matriz quadrada em que os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e os demais são iguais a zero.

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2) **Matriz Inversa** :  $A \cdot A^{-1} = I$

3) **Matriz Transposta ( $A^t$ )** : troca-se ordenadamente as linhas pelas colunas.

4) **Matriz Simétrica** :  $A = A^t$

5) **Cofator Adjunto** :  $C_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot \text{Det } M_{ij}$

$$\text{Ex : } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad C_{1,3} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$$

6) **Multiplicação de Matrizes** :  $A \times B$  (linha da A x coluna da B)

## DETERMINANTES

**PROPRIEDADES** :

- 1) Duas filas paralelas e proporcionais originam determinante zero.
- 2)  $\text{Det } A = \text{Det } A^t$
- 3) O determinante muda o sinal quando se troca de posição 2 filas paralelas.
- 4) Quando se multiplica uma fila por um número , o determinante fica multiplicado por esse número.

**Exercícios e Testes de Vestibular :**

01) Calcule  $A \cdot B$  sendo  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ .

**02) (UFRGS-2000)** - Se  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ , então  $A^2$  é a matriz

**03)** Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & 4 \\ -6 & 3 & y \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 0 & -6 & 5 \\ x & 3 & 1 \\ 4 & 8 & z \end{bmatrix}$  calcule x, y e z p/ que  $B = A^t$

**04)** Determinar x e y tal que:  $\begin{bmatrix} x - 2 & 7 \\ -5 & y + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y + 2 & 7 \\ -5 & -x + 2 \end{bmatrix}$

**05)(PUCRS-2003)** Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & -6 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ , a segunda linha da matriz  $2AB$  é:

- a) -1 3 2
- b) 0 4 2
- c) 0 2 1
- d) 0 -3 -3
- e) 0 -6 -6

**06)** Sendo  $A_{ij} = 3i + j^2$  e  $(A_{ij})_{i \times j}$  com  $(A_{ij})_{3 \times 3}$  construa a matriz.

**07)(UFRGS-2003)** Se A é uma matriz  $2 \times 2$  e  $\det A = 5$ , então o valor de  $\det 2A$  é:

- a) 5
- b) 10
- c) 20
- d) 25
- e) 40

**08)** Construa a matriz  $A_{ij}$  quadrada de ordem 3 onde:

$$A_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i < j \\ 3i, & \text{se } i = j \\ i - j, & \text{se } i > j \end{cases}$$

**09)** Determine a inversa da matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

10) Se  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & 1 \\ -2 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -5 & 9 \end{bmatrix}$  Calcule  $a + b$ .

11) Calcule o determinante da matriz  $\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{2} & \sqrt{3} \end{vmatrix}$

12) Calcule o determinante da matriz :  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

13) (PUC-2002) Se  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$  e  $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ , então  $\det [(A+B)^t \cdot (B+C)^t]$  é igual a

- a) -256
- b) 256
- c) 96
- d) -66
- e) 66

14) Calcule os cofatores  $C_{13}$ ,  $C_{21}$ ,  $C_{33}$  da matriz :  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

15) (UFRGS-2002)-Na igualdade matricial

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ y & x & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ o valor de } x + y \text{ é}$$

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

16)(PUCRS) O determinante da matriz  $\text{sen}x \begin{pmatrix} \text{sen}x & \text{cotg} & \acute{e} \\ \text{cos}x & \text{cos}x & -1 \\ 0 & \text{sen}x & \text{tg}x \end{pmatrix}$

- A) 0
- B) 1
- C)  $\text{sen} x + \text{cos} x$
- D)  $\text{sen}^2 x$
- E)  $(\text{sen} x + \text{cos} x)^2$

17) O elemento  $C_{22}$  da matriz  $C = AB$ , onde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 8 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \acute{e} ?$$

- A) 0
- B) 2
- C) 6
- D) 11
- E) 22

Respostas: 01)  $\begin{pmatrix} -9 & -4 & -1 \\ 10 & -1 & 12 \\ 17 & 6 & 5 \end{pmatrix}$  02)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  03)  $\sqrt{2}, 8 \text{ e } 2$  04)  $x = 2 ; y = -2$  05) e

06)  $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 12 \\ 7 & 10 & 15 \\ 10 & 13 & 18 \end{pmatrix}$  07) c 08)  $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 5 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}$  09)  $\begin{pmatrix} -2 & 3/2 \\ 1 & -1/2 \end{pmatrix}$  10) 5

11)  $-12 + 5\sqrt{6}$  12) -112 13) d 14) 12, -7, -7 15) b 16) b 17) a