Prof. Regis Cortês

CORREÇÃO PROVA UFRGS 2009 – MATEMÁTICA
Prof. REGIS CORTÊS

QUESTÃO 26 (E) – ASSUNTO: MATEMÁTICA BÁSICA (PORCENT. E POTÊNCIAS DE 10)

500 milhões = 500.10^6

Regra de Três: 500.10^6 — 1,25%
x — 100%

$$x = \frac{5.10^8.10^2}{1,25} = 4.10^{10} \text{ dólares}$$

QUESTÃO 27 (E) – ASSUNTO: MATEMÁTICA BÁSICA (REGRA DE TRÊS SIMPLES)

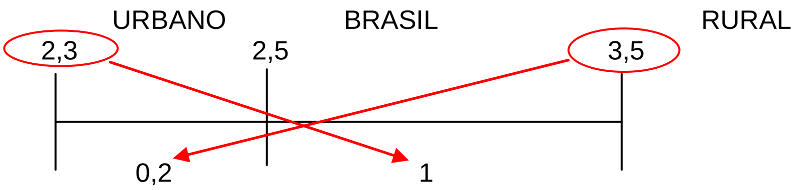
200 m — 19,3 s
500 m — x

x = 48,25 segundos

QUESTÃO 28 (D) – ASSUNTO: MATEMÁTICA BÁSICA (PORCENTAGEM)

$Vo.f = V \rightarrow 2,5.f = 1,8 \rightarrow f = 0,72 \rightarrow$ decresceu 28%

QUESTÃO 29 (D) – ASSUNTO: MATEMÁTICA BÁSICA (RAZÃO E PROPORÇÃO)



$$\text{Logo, fração de mulheres zona rural} = \frac{0,2}{1,2} = \frac{1}{6}$$

QUESTÃO 30 (B)– ASSUNTO: MATEMÁTICA BÁSICA (REGRA DE TRÊS)

360^o — 90 medalhas
96^o — x

x = 24 medalhas

QUESTÃO 31 (B) – ASSUNTO: MATEMÁTICA BÁSICA (PORCENTAGEM E MÉDIA)

Redução do consumo mensal médio em 10% $\rightarrow$ 190 .(0,9) = 171 kwh

Aplicando-se a média aritmética para os 12 meses:

$$171 = \frac{8 \cdot 190 + 4 \cdot x}{12} \rightarrow 2052 = 4 \cdot x \rightarrow x = 133 \text{ kwh}$$

<u>QUESTÃO 32</u> (**C**) – ASSUNTO: EXPONENCIAIS E LOGARITMOS

$$0{,}2 = 0{,}5 \cdot 2^{-t}$$

$$\frac{2}{5} = 2^{-t} (\text{eq. exp. irredutível})$$

$$-t = \log_2 \frac{2}{5}$$

$$-t = \frac{\log^{\frac{2}{5}}}{\log^{2}} (\text{mudança de base})$$

$$-t = \frac{\log^{2} - \log^{5}}{\log^{2}}$$

$$-t = \frac{\log^{2} - (1 - \log^{2})}{\log^{2}}$$

$$-t = \frac{0{,}3 - (1 - 0{,}3)}{0{,}3}$$

$$-t = -\frac{4}{3} \rightarrow t = \frac{4}{3} h = 1h + \frac{1}{3} h = 1h20 \min$$

<u>QUESTÃO 33</u> (**A**) – ASSUNTO: LOGARITMOS

Substituindo-se as coordenadas (5,0 e (6,1), obtém-se um sistema linear a duas variáveis:

$$\begin{cases} 0 = \log_{10}(5a + b) \\ 1 = \log_{10}(6a + b) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5a + b = 1 \\ 6a + b = 10 \end{cases} \rightarrow \quad a = 9 \quad e \quad b = -44$$

<u>QUESTÃO 34</u> (**A**) – ASSUNTO: POLINÔMIOS

1 é raiz de multiplicidade 3, então o polinômio, na forma fatorada, fica:

P(x) = (x – 1).(x – 1).(x – 1)
P(x) = (x^2 – 2x + 1).(x – 1)
P(x) = x^3 – 3x^2 + 3x – 1

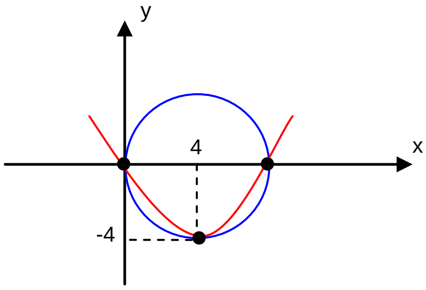
Logo a = – 3, b = 3, c = –1

Prof. Regis Cortês

QUESTÃO 35 (C) – ASSUNTO: GEOMETRIA ANALÍTICA/FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU

$x^2 + y^2 - 8x = 0 \rightarrow x^2 - 8x + y^2 = 0 \rightarrow (x-4)^2 + y^2 = 16$ (círculo com $x_c = 4$ e $y_c = 0$ e $R = 4$)

$y = \frac{1}{4}.x^2 - 2.x$ (parábola com $x_v = -\frac{b}{2a} = 4$ e $y_v = \frac{1}{4}.(4)^2 - 2.(4) = -4$

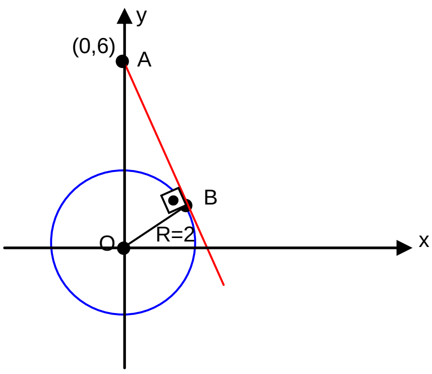


Portanto, como são três pontos de intersecção, forma um **triângulo**.

QUESTÃO 36 (A) – ASSUNTO: GEOMETRIA ANALÍTICA

$x^2 + y^2 = 4$ (círculo de centro na origem e $R = 2$)

Representando-se a reta e o círculo no plano cartesiano:



Aplicando-se o teorema de Pitágoras no triângulo AOB (Onde está Wally?)

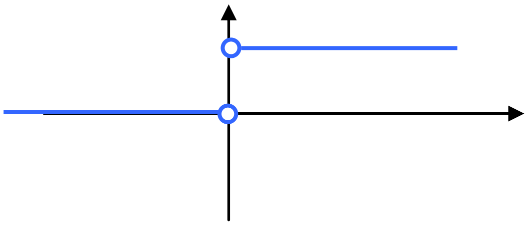
$(AB)^2 + 2^2 = 6^2 \rightarrow AB = 4\sqrt{2}$

A área do triângulo AOB é dada por:

$$\text{Área} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

QUESTÃO 37 (C) – ASSUNTO: FUNÇÕES

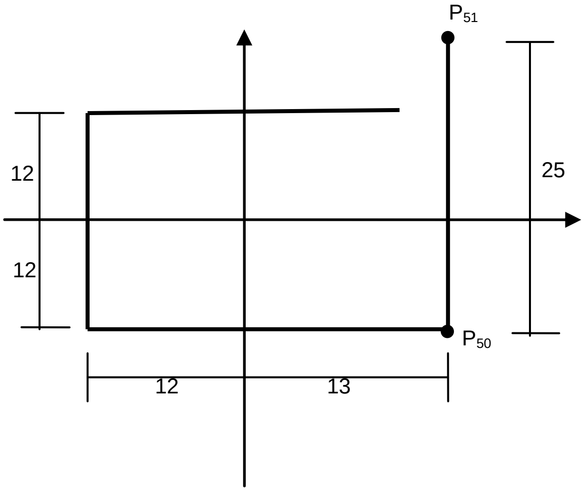
x	Y
-2	0
-1	0
0	$\notin \Re$
1	2
2	2



QUESTÃO 38 (D) – ASSUNTO: RACIOCÍNIO LÓGICO/PROGRESSÃO ARITMÉTICA

O primeiro ponto do 50^0 lado é o P_{50} que está no 4^o quadrante (os pontos do 4^o quadrante são múltiplos de 4 + 2 unidades: 0x4 + 2 = 2, 1x4 + 2 = 6, 2x4 + 2 = 10, ..., 12x4 + 2 = 50) .

Como os comprimentos são dados por 1,1,2,2,3,3,4,4,..., o 50^o lado terá comprimento = 25, com a seguinte configuração:



Logo o primeiro ponto do 50^o lado (P_{50}) é dado pelas coordenadas (13,-12)

QUESTÃO 39 (E) ASSUNTO: PROGRESSÃO GEOMÉTRICA/GEOMETRIA

Três lados em PG (x/q , x , x.q).

Condição de existência de um triângulo:

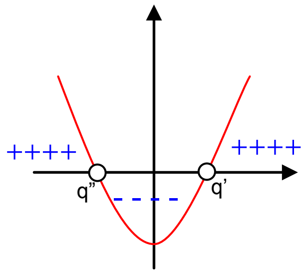
$\frac{x}{q} < x + x.q$

$\frac{xq^2 < xq + x}{q}$

$xq^2 - xq - x < 0$

$q^2 - q - 1 < 0$ (ineq do seg. grau)

$q' = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ e $q'' = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$



Então q" < q < q'

Como a PG é crescente, o intervalo é $\left(1, \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$.

QUESTÃO 40 (E) ASSUNTO: NÚMEROS COMPLEXOS

O número $z = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ na forma polar é dado por $z = 1(\cos 225^o + i.\text{sen}225^o)$

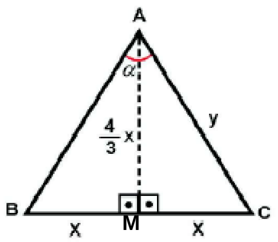
Quando aplicamos as potências z^2, z^3, z^4, o argumento do complexo fica multiplicado pelos expoentes 2, 3, 4, ...
Então, a cada multiplicação avançamos 225^o em sentido anti-horário.
O número complexo obtido será distinto se o afixo estiver em ponto distinto do valor de z.
O primeiro valor em que o complexo obtido tem mesmo afixo é dado pelo m.m.c. entre 225^o e 360^o

225, 360	2
225, 180	2
225, 90	2
225, 45	3
75 , 15	3
25, 5	5
5, 5	5
1, 1	m.m.c = 1800^o

$1800 \div 225 = 8$ valores distintos

QUESTÃO 41 (**A**) ASSUNTO: TRIGONOMETRIA/GEO PLANA

A altura relativa ao lado BC divide o mesmo em dois segmentos iguais. Se essa altura é 2/3 da medida de BC, então é 4/3 da metade de BC:



Aplicando-se o teorema de Pitágoras em AMC (Onde está Wally?)

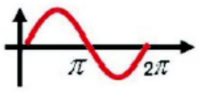
$$y^2 = x^2 + \left(\frac{4x}{3}\right)^2 \rightarrow y^2 = \frac{25x^2}{9} \rightarrow y = \frac{5x}{3}$$

Aplicando-se a Lei dos Cossenos no triângulo ABC:

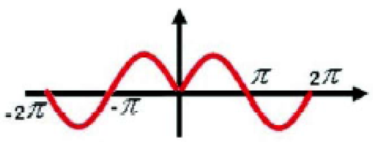
$$(2x)^2 = \left(\frac{5x}{3}\right)^2 + \left(\frac{5x}{3}\right)^2 - 2.\frac{5x}{3}.\frac{5x}{3}.\cos\hat{A} \quad \rightarrow \quad \cos\hat{A} = \frac{7}{25}$$

QUESTÃO 42 (**B**) ASSUNTO: TRIGONOMETRIA/PROPRIEDADES DOS GRÁFICOS

A partir do gráfico sen(x)



, aplica-se uma reflexão sobre o eixo y, obtendo-se a função f(x) = sen $|x|$



QUESTÃO 43 (**E**) ASSUNTO: GEOMETRIA PLANA

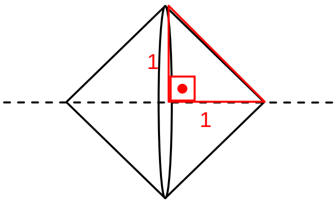
O triângulo CDE tem área quatro vezes menor que a área do retângulo ABCD, já que E é o ponto médio do lado AD.
Já , o triângulo CBF tem área seis vezes menor que a área do retângulo ABCD, pois a base FB é 1/3 de AB.

A área do retângulo é dada pela soma das áreas dos triângulos CDE e BCF mais o quadrilátero AFCE.
Chamando-se a área do retângulo de x, tem-se

$$x = \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + 7 \quad \rightarrow \quad x = 12$$

QUESTÃO 44 (**B**) ASSUNTO: GEOMETRIA ESPACIAL

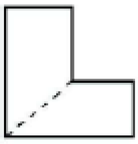
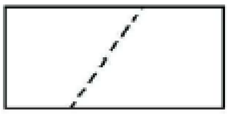
A rotação em torno de uma diagonal resulta em dois cones:



A geratriz é obtida pelo teorema de Pitágoras (onde está Wally?)
$g^2 = 1^2 + 1^2 \quad \rightarrow \quad g = \sqrt{2}$

A área da superfície da figura é dada pror:
$A = 2.\pi.R.g = 2\pi.1.\ \sqrt{2}\ = 2\pi\sqrt{2}$

QUESTÃO 45 (**B**) ASSUNTO: JOGOS E BRINCADEIRAS COM FIGURAS GEOMÉTRICAS NA PROVA DA UFRGS
Justapondo-se as partes obtidas é possível construir as figuras:

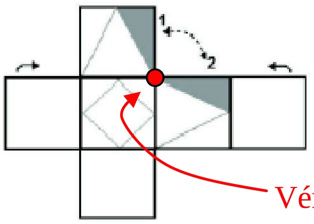
QUESTÃO 46 (**C**) ASSUNTO: GEOMETRIA ESPACIAL
O volume retirado é dado pela soma dos volumes dos prismas quadrangulares regulares. Subtraído de duas vezes o volume do cubo central (já que este região foi retirada uma única vez e está na intersecção dos espaços ocupados pelos prismas)

Assim, chamando-se “a” para a aresta do cubo, tem-se:
Vretirado = 3.Vprisma – 2.Vcubo

$32 = 3.4a - 2.\ 2^3$

$a = 4$

QUESTÃO 47 (**A**) ASSUNTO: GEOMETRIA ESPACIAL
Na montagem do cubo, a região hachurada (cinza) possui um vértice na face que contém o quadrilátero. Isto é observado somente na alternativa A.



Vértice da face que contém o quadrilátero

QUESTÃO 48 (D) ASSUNTO: PROBABILIDADE

Considerando-se 100 livros de Física, tem-se 200 livros de matemática.
Assim, o número de livros de ensino médio é dado por:

Física: 100.(0,04) = 4
Matemática: 200.(0,04) = 8
Total de livros de ensino médio = 12

Logo, a probabilidade de que seja de matemática é $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

QUESTÃO 49 (C) ASSUNTO: ARITMÉTICA

$7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 7^1.5^1.3^2.2^4$

O número de divisores é dado pelo produto dos expoentes adicionados de uma unidade:
(1 + 1).(1 + 1).(2 + 1).(4 + 1) = 60

QUESTÃO 50 (D) ASSUNTO: PROBABILIDADE

Observa-se que para que a bola caia no ponto B, a partir de A, deve virar 3 vezes para a esquerda e uma vez para a direita. Denotando-se E (esquerda) e D (direita), temos as seguintes possibilidades:

EEED
EEDE
EDEE
DEEE

Um total de 4 (que é a permutação com repetição $P_4^3 = 4$)

Como a probabilidade de cair para esquerda é a mesma que cair para a direita P(E) = P(D) = ½, tem-se:

$$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$$