

MATEMÁTICA UFRGS 2008

NESTA PROVA SERÃO UTILIZADOS OS SEGUINTE SÍMBOLOS E CONCEITOS COM OS RESPECTIVOS SIGNIFICADOS:

$\log x$: loga ritmo de x na base 10

$\text{Re}(z)$: eixo real do plano complexo

$\text{Im}(z)$: eixo imaginário do plano complexo

Círculo de raio $r > 0$: conjunto dos pontos do plano cuja distância a um ponto fixo do plano é igual a r

26. O custo de uma embalagem é diretamente proporcional à superfície do sólido que se deseja embalar. Se o custo para embalar um cubo de 40 cm de aresta é R\$10,00, a embalagem de um cubo de 80 cm de aresta custa, em reais,

- (A) 15.
- (B) 20.
- (C) 25.
- (D) 40.
- (E) 80.

27. Em texto publicado na *Folha de S. Paulo*, em 16/09/2007, o físico Marcelo Gleiser escreveu que "átomos têm diâmetros de aproximadamente um décimo de bilionésimo de metro".

Escreto em potência de 10, um décimo de bilionésimo é

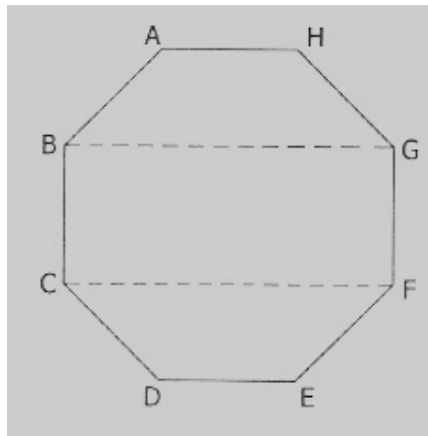
- (A) 10^{-8} .
- (B) 10^{-9} .
- (C) 10^{-10} .
- (D) 10^{-11} .
- (E) 10^{-12} .

28. Em março de 2007, o menor preço oferecido por uma companhia telefônica para uma ligação do Brasil para os Estados Unidos era de R\$0,95 o minuto. O mesmo serviço pela internet custava R\$0,05 o minuto e mais R\$0,10 da taxa de conexão da chamada. Em ambas as situações, o preço por segundo correspondia a $1/60$ do preço por minuto.

Nessas condições, para que uma ligação telefônica, do Brasil para os Estados Unidos, tivesse um custo menor via companhia telefônica do que via internet, a duração dessa ligação deveria ser, em número inteiro de segundos, no máximo, de

- (A) 6.
- (B) 7.
- (C) 8.
- (D) 9.
- (E) 10.

29. Observe o octógono regular ABCDEFGH representado na figura abaixo.



Nesse octógono, a razão entre a área do trapézio ABGH e a área do retângulo BCFG é

(A) $1/2$

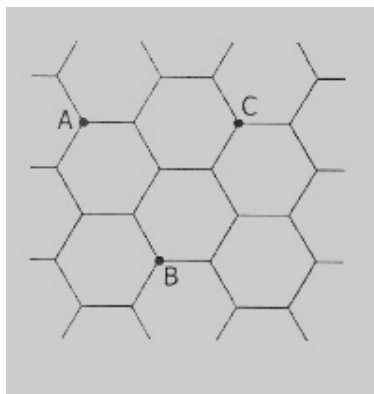
(B) $3/4$

(C) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

(D) $\frac{1+\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}}$

(E) 1.

30. Na figura abaixo, A, B e C são vértices de hexágonos regulares justapostos, cada um com área 8,



Segue-se que a área do triângulo cujos vértices são os pontos A, B e C é

(A) 8.

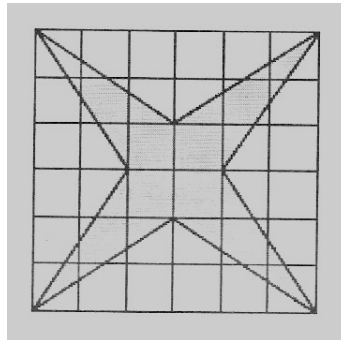
(B) 12.

(C) 16.

(D) 20.

(E) 24.

31. Na figura abaixo, a malha quadriculada é formada por quadrados de área 1. Os vértices do polígono sombreado coincidem com vértices de quadrados dessa malha.



A área do polígono sombreado é

- (A) 10.
- (B) 12,
- (C) 13,
- (D) 15.
- (E) 16.

32. A tabela abaixo, veiculada na imprensa local em 19/08/2007, apresenta os principais destinos das exportações gaúchas entre janeiro e julho de 2007. Para cada destino, a tabela apresenta o valor das exportações, em milhões de reais; sua variação em relação ao período de janeiro a julho de 2006; e o percentual de participação no total de exportações gaúchas.

PRINCIPAIS PAISES DAS EXPORTAÇÕES GAÚCHAS ENTRE JANEIRO E JULHO DE 2007(em R\$ milhões)			
País	Total	Variação	Participação
Estados Unidos	1058	0	13%
Argentina	735	21%	9%
China	634	50%	8%
Rússia	429	22%	5%
Alemanha	254	20%	3%

• Em relação ao período de janeiro a julho de 2006.

Com base nos dados da tabela, considere as seguintes afirmações.

- I - Entre janeiro e julho de 2007, o valor das exportações gaúchas ficou entre 7,6 bilhões e 8,6 bilhões de reais.
- II - Os números da primeira e da terceira colunas são valores aproximados de grandezas diretamente proporcionais.
- III- De janeiro a julho de 2006, o valor das exportações gaúchas para a China foi de 317 milhões de reais.

Quais estão corretas?

- (A) Apenas I.
- (B) Apenas III.
- (C) Apenas I e II.
- (D) Apenas I e III.
- (E) I, II e III.

33. Um hexágono regular tem lado de comprimento 1.

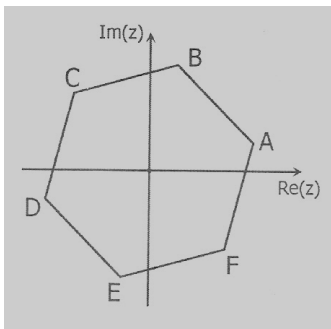
A soma dos quadrados de todas as suas diagonais é

- (A) 6.
- (B) 12.
- (C) 18.
- (D) 24.
- (E) 30.

34. Se $x = 0,949494 \dots$ e $y = 0,060606 \dots$, então $x + y$ é igual a

- (A) 1,01.
- (B) 1,11.
- (C) $10/9$
- (D) $100/99$
- (E) $110/9$

35. Os vértices do hexágono da figura abaixo representam geometricamente as raízes sextas de um número complexo.



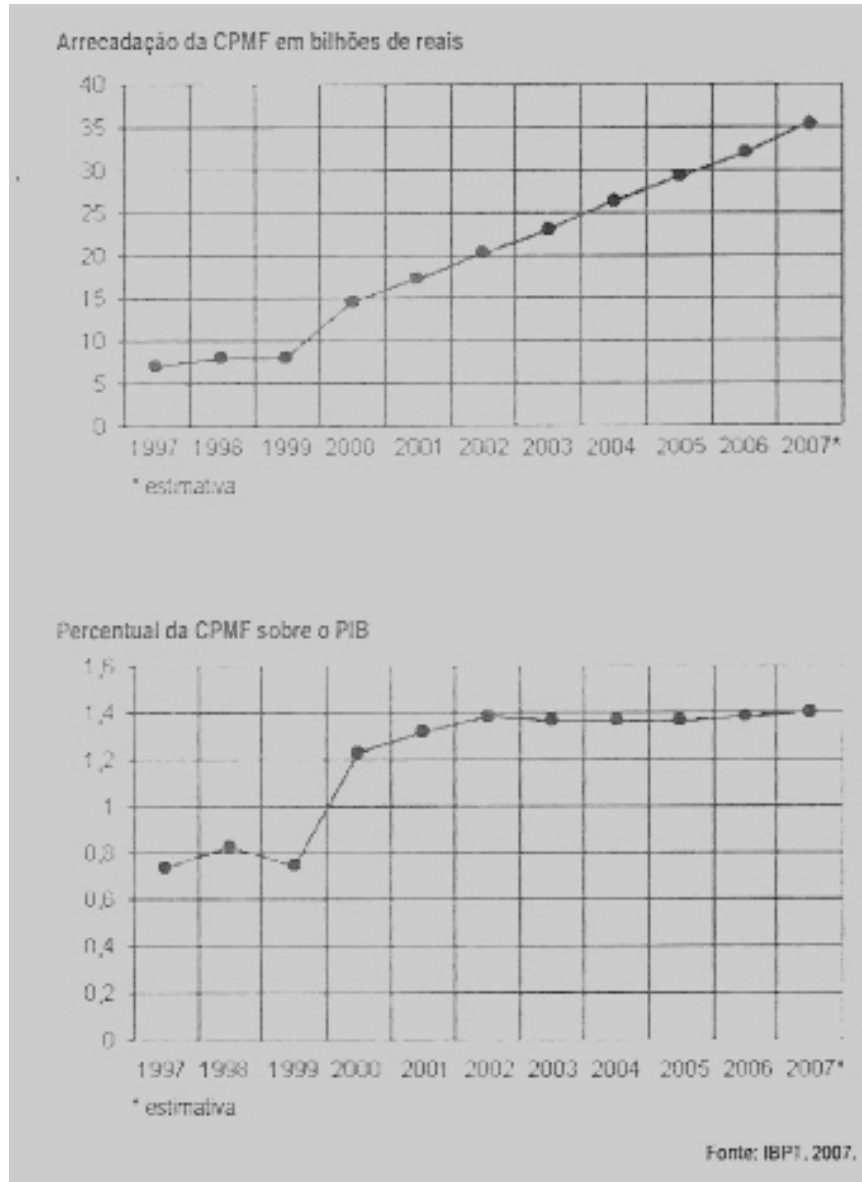
Sabendo-se que o vértice C representa geometricamente o número complexo $-1 + i$, o vértice A representa geometricamente o número complexo

- (A) $\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} - i \operatorname{sen} \frac{\pi}{12} \right)$
- (B) $\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{12} \right)$
- (C) $\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} - i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \right)$
- (D) $2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \right)$
- (E) $2 \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$

36. Em grande parte das operações bancárias, é pago um imposto chamado Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira (CPMF).

Os gráficos abaixo referem-se à arrecadação da CPMF e ao seu percentual sobre o Produto Interno Bruto (PIB).

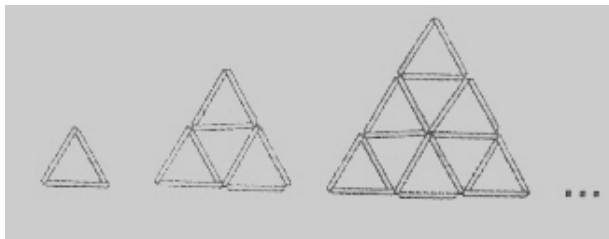
Arrecadação da CPMF em bilhões de reais



De acordo com as informações desses gráficos, a estimativa para o PIB brasileiro, em 2007, em trilhões de reais, está entre

- (A) 1,1 e 2.
- (B) 2,1 e 3.
- (C) 3,1 e 4.
- (D) 4,1 e 5.
- (E) 5,1 e 6.

37. Sobre uma superfície plana são dispostos palitos formando figuras, como mostrado abaixo.

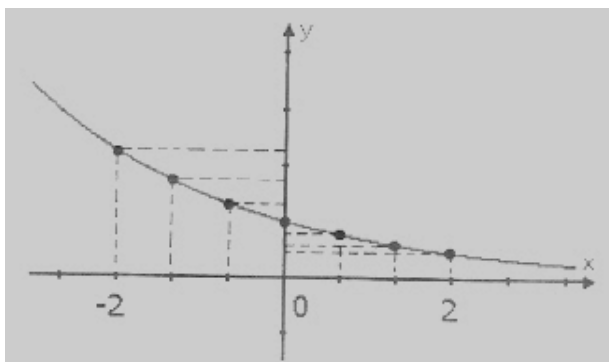


Contando os palitos de cada uma dessas figuras e denotando por a_n o número de palitos da n -ésima figura, encontra-se

$$a_1 = 3, a_2 = 9, a_3 = 18, \dots$$

- (A) 15150.
- (B) 15300.
- (C) 15430.
- (D) 15480.
- (E) 15510.

38. Uma seqüência de pontos foi tomada sobre o gráfico da função exponencial de base a , como indica a figura abaixo.



Considerando-se que as abscissas dos pontos da seqüência estão em progressão aritmética crescente, suas ordenadas estão em progressão

- (A) aritmética de razão a .
- (B) aritmética de razão $2/3a$.
- (C) geométrica de razão $2/3$.
- (D) geométrica de razão $2/3a$.
- (E) geométrica de razão $a^{2/3}$.

39. A solução da equação $(0,01)^x = 50$ é

- (A) $-1 + \log \sqrt{2}$
- (B) $1 + \log \sqrt{2}$
- (C) $-1 + \log 2$
- (D) $1 + \log 2$
- (E) $2 \log 2$

40. Numa seqüência de quadrados, o primeiro tem lado igual a 1, e o lado de cada um dos seguintes é igual à diagonal do quadrado anterior.

A soma das áreas dos dez primeiros quadrados dessa seqüência é

- (A) 1023.
- (B) 1024.
- (C) 2047.
- (D) 2048.
- (E) 4096.

41. Se $\cos x - \sin x = 1/2$, então $\sin(2x)$ é igual a

- (A) 0,125.
- (B) 0,25.
- (C) 0,5.
- (D) 0,75.
- (E) 1.

42. A altura de um triângulo equilátero é igual ao diâmetro do círculo de equação $x^2 + y^2 = 3y$.

Dois dos vértices do triângulo pertencem ao eixo das abscissas, e o outro, ao círculo.

A equação da reta que tem inclinação positiva e que contém um dos lados do triângulo é

- (A) $y = 3x + \sqrt{3}$
- (B) $y = \sqrt{3}x + 3$
- (C) $y = \sqrt{3}x + 1$
- (D) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$
- (E) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$

43. Sendo os pontos $A = (-1, 5)$ e $B = (2, 1)$ vértices consecutivos de um quadrado, o comprimento da diagonal desse quadrado é

- (A) 2.
- (B) $2\sqrt{2}$
- (C) $3\sqrt{2}$
- (D) 5.
- (E) $5\sqrt{2}$

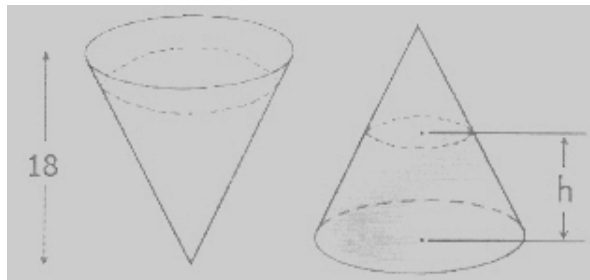
44. Traçando-se os gráficos das funções definidas por $f(x) = 2 \sin x$ e $g(x) = 16 - x^2$ num mesmo sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, pode-se verificar que o número de soluções da equação $f(x) = g(x)$ é

- (A) 0.
- (B) 1.
- (C) 2.
- (D) 3.
- (E) 4.

45. O polinômio $p(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ tem

- (A) apenas duas raízes reais distintas.
- (B) apenas duas raízes positivas.
- (C) todas as raízes positivas.
- (D) quatro raízes iguais.
- (E) quatro raízes distintas.

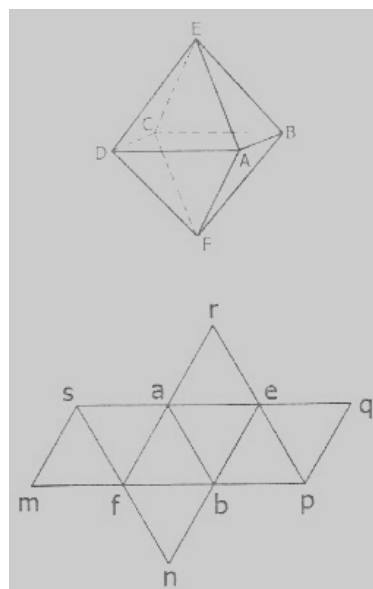
46. A areia contida em um cone fechado, de altura 18 cm, ocupa ?- da capacidade do cone.



Voltando-se o vértice do cone para cima, conforme indica a figura, a altura h do tronco de cone ocupado pela areia, em centímetros, é

- (A) 7.
- (B) 8.
- (C) 9.
- (D) 10.
- (E) 11.

47. As figuras abaixo representam um octaedro regular e uma de suas planificações.



Aos vértices A, B, E, F do octaedro correspondem, respectivamente, os pontos a, b, e, f da planificação. Ao vértice O do octaedro correspondem, na planificação, os pontos

- (A) m, n, p.
- (B) n, p, q.
- (C) p, q, r.
- (D) q, r, s.
- (E) r, s, m.

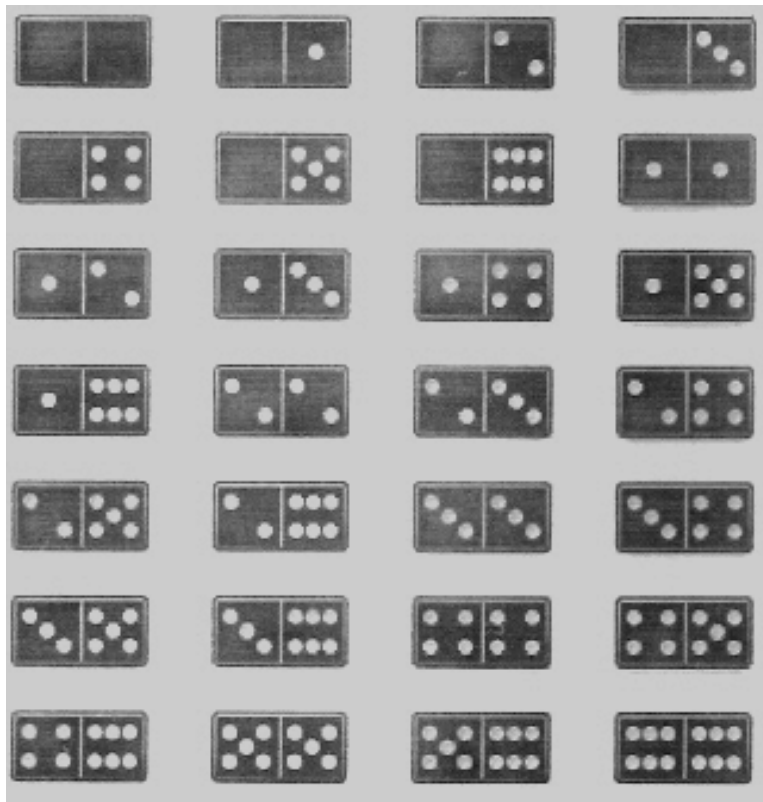
48. O sistema abaixo admite mais de uma solução.

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ 3x - y = b \end{cases}$$

Então, segue-se que

- (A) $a \neq 3$ e $b = 1/3$
- (B) $a = -3$ e $b \neq 1/3$
- (C) $a = -1/3$ e $b \neq 3$
- (D) $a \neq -1/3$ e $b \neq 3$
- (E) $a = -1/3$ e $b = 3$

49. Abaixo, estão representadas as peças de um jogo de dominó.



Cada peça do dominó apresenta um par de conjuntos de pontos, não necessariamente distintos, O número de pontos de cada conjunto varia de 0 a 6, e cada possível par de conjuntos aparece numa única peça do dominó.

Retirando-se, ao acaso, duas peças desse dominó, a probabilidade de que os quatro conjuntos de pontos que figuram nessas peças sejam diferentes é

- (A) $7/36$
- (B) $2/9$
- (C) $5/18$
- (D) $1/3$
- (E) $7/18$

50. Se uma partida de futebol termina com o resultado de 5 gols para o time A e 3 gols para o time S, existem diversas maneiras de o placar evoluir de 0x0 a 5x3. Por exemplo, uma evolução poderia ser

A	B	→	A	B	→	A	B	→	A	B	→	A	B	→	A	B	→	A	B	→	A	B			
0	0		1	0		1	1		1	2		2	2		3	2		4	2		4	3		5	3

Quantas maneiras, no total, tem o placar de evoluir de 0x0 a 5x3?

- (A) 16.
- (B) 24.
- (C) 36.
- (D) 48.
- (E) 56.